Lycée Pilote de Sousse	DEVOIR DE SYNTHESE N° 1	Classe : $2^{ème}Sc_{4+11}$
		Durée : 2 h
	MATHEMATIQUES	Le 6 / 12 /12

Exercice 1 : (3 points)

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan . On donne les points $A(-1,-4)$; $B(1,2)$; $C(8,3)$et $D(m\,,5)$ où m est un réel.

Pour chacune des propositions suivantes dire si elle est **vraie** ou **fausse** , en justifiant votre réponse.

1) (A , B et D sont alignés) $\Leftrightarrow$ (m = 2) .
2) (AB) $\perp$ (CD) $\Leftrightarrow$ (m = - 2) .
3) Si G est le barycentre des points pondérées (A , 2) et (B , 3) alors A est le barycentre des points pondérées (G , 5) et (B , 3) .

Exercice 2 : (6 points)

On considère l'équation (E) : $2x^2 - 5x - 3 = 0$.

1) a) Sans calculer Δ , montrer que l'équation (E) possède deux solutions x' et x'', distinctes et de signes contraires.

b) Sans calculer x' et x'' , donner les valeurs des réels suivants :

$$A = \left|\frac{1}{x'} + \frac{1}{x''}\right| \qquad ; \qquad B = \frac{x'}{(x'')^2 + 2} + \frac{x''}{(x')^2 + 2}$$

c) Comparer x' et x'' avec le réel 1 , sachant que $x' < x''$.

2) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $2x^2 - 5x - 3 \geq 0$.

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\sqrt{2x^2 - 5x - 3} < x - 1$.

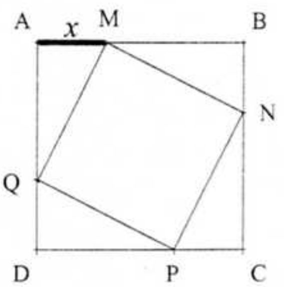
3) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on note : $P(x) = (3x^2 + 2x - 1)^2 - (x^2 + 7x + 2)^2$.

a) Dresser le tableau de signe de $P(x)$.

b) Ranger par ordre croissant les réels : $P(-4)$; $P\left(\frac{-1}{2}\right)$ et $P(2)$.

Exercice 3 : (4 points)

On considère un carré ABCD tel que AB = 4 et un carré MNPQ, inscrit dans ABCD, et tel que AM = BN = CP = DQ = x



1) a) A quel intervalle I , x appartient-il ?

b) Calculer MN en fonction de x.

c) En déduire que l'aire du carré MNPQ, est $A(x) = 2x^2 - 8x + 16$.

d) Pour quelles valeurs de x, l'aire A(x) est-elle minimale ? Faire la figure correspondant.

2) a) En encadrant A(x) trouver les valeurs entre lesquelles elle varie .

b) Pour quelles valeurs de x a-t-on A(x) = 10 ?

c) Pour quelles valeurs de x a-t-on A(x) > 10 ?

Exercice 4 : (7 points)

On considère un triangle ABC du plan tel que AB = 4 ; AC = 3 et BC = 6. On note G le barycentre des points pondérés (B,3) et (C ,4) et I et J les points définies par : $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{7}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{4}{7}\overrightarrow{AC}$.

1) a) Faites une figure et placer les points I , J et G.

b) Montrer que AI = AJ.

c) Montrer que le quadrilatère AIGJ est un losange .

2) Soit K le barycentre des points pondérés (A,5) ; (B,3) et (C ,4).
Montrer que les points A , G et K sont alignés .

3)Soit A' le barycentre des points pondérés (B,4) et (C ,1) et B' celui des points pondérés (A,5) et (C ,-1).
Montrer que les droites (AA') et (BB') sont parallèles .

4) On note O le milieu de [AB] et H le barycentre des points pondérés (A,2) et (C , 4).

a) Montrer que K est le milieu de [OH].

b) Montrer que pour tout point M du plan : $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC} = -7\overrightarrow{IJ}$.

c) Déterminer et construire l'ensemble $\mathcal{C}$ des points M tels que :

$$7\|5\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}\| = 12\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC}\|$$